

KONKURS

ROZMAITOŚCI MATEMATYCZNE



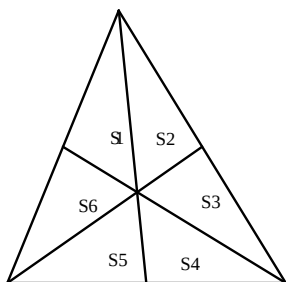
ELEKTRONICZNE ZAKŁADY NAUKOWE

LISTA 4

STYCZEŃ 2014 rozwiązania



1. Zmieszano pewną liczbę kilogramów 40% roztworu soli z dwa razy większą liczbą kilogramów 10% roztworu tej soli. Ilu procentowy roztwór otrzymano?
20%
2. W liczbie czterocyfrowej cyfra tysięcy jest taka sama jak cyfra dziesiątek, a cyfra setek jak cyfra jedności. Wykaż, że liczba ta jest podzielna przez 101.
 $1000a + 100b + 10a + b$ - czterocyfrowa, $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $1000a + 100b + 10a + b = 1010a + 101b = 101(10a + b)$
3. Suma miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego wynosi 3060° . Ile przekątnych ma ten wielokąt?
 n - liczba boków wielokąta, $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 3$
 $(n - 2) \cdot 180^\circ = 3060^\circ$, zatem $n = 19$, $d = \frac{n(n - 3)}{2}$ - liczba przekątnych, $d = 152$
4. Czy można w miejsce gwiazdek wpisać liczby tak, aby w ciągu 10 liczb $1, *, *, *, 7, *, *, *, 5, *$ suma każdych trzech kolejnych liczb była jednakowa?
5. Tak. $1, 7, 5, 1, 7, 5, 1, 7, 5, 1$.
6. Udowodnij, że środkowe dowolnego trójkąta dzielą go na 6 części o równych polach.



$S_1 = S_6, S_2 = S_3, S_4 = S_5$
 $S_1 + S_6 + S_5 = S_2 + S_3 + S_4$
 $S_1 + S_6 = S_2 + S_3$, bo $S_5 = S_4$
 $2S_1 = 2S_2, S_1 = S_2$
podobnie $S_3 = S_4$
więc $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$